

بسم الله الرحمن الرحيم

کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها

ابوالفضل گیلک

جلسه بیستم – فصل نهم

ماشین های تورینگ و دسته بندی زبان ها و ماشین ها

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

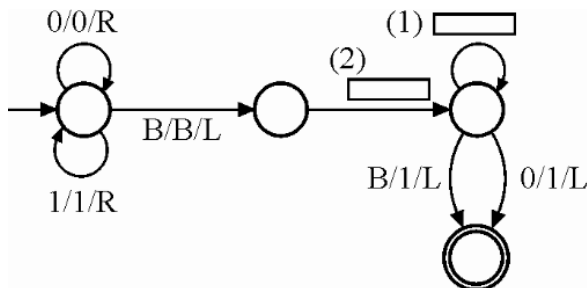
مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 9

ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها تست
تست 19 تا 36

19- ماشین تورینگ مطابق شکل زیر با ورودی $x = (0+1)^*$ مفروض است. به منظور پیاده‌سازی تابع $f(x) = x \div 2 + 1$ آن را تکمیل نمایید. مقصود از - هر کدام از ارقام (0) یا (1) است.

(علوم کامپیوتر - 93)



- 1) $2: -/0/R \quad 1: 0/1/R$
 2) $2: 1/B/L \quad 1: 0/1/L$
 3) $2: -/B/L \quad 1: 1/0/L$
 4) $2: 1/0/R \quad 1: 1/0/L$

20- کدام گزینه صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 93)

- 1) زبان $L = \{ww : w \in \Sigma^*\}$ برای هر مجموعه الفبای متناهی Σ نامنظم است.
 2) مجموعه تمام زبان‌های منظم روی الفبای $\{0,1\}$ ناشمارا است.
 3) هر زبان منظم نامتناهی فقط شامل متناهی زیرمجموعه نامتناهی منظم است.
 4) اگر یک DFA با n حالت تمام کلمات با طول کوچک‌تر از n در Σ^* را بپذیرد، آنگاه زبان آن برابر Σ^* خواهد بود.

21- کدام گزینه نادرست است؟

(علوم کامپیوتر - 93)

«برای هر PDA داده شده P با q حالت، ماشین تورینگ قطعی T وجود دارد به طوری که $L(T) = L(P)$ و»

- 1) تعداد حالات ماشین T کمتر یا مساوی با $4q$ است.
 2) هد ماشین تورینگ T فقط می‌تواند به سمت راست حرکت کند.
 3) تعداد سمبل‌های ماشین T دقیقاً با تعداد سمبل‌های P برابر است.
 4) T فقط یک نوار یک طرفه دارد که از سمت چپ محدود است.

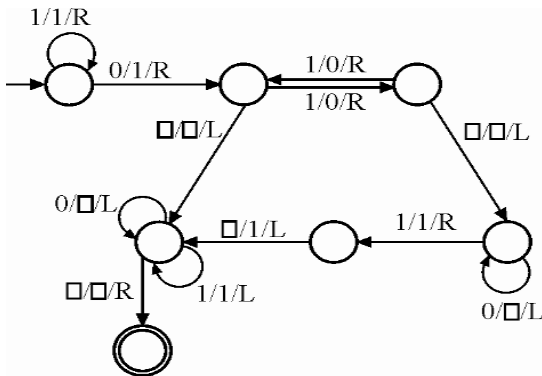
(علوم کامپیوتر - 93)

22- ماشین تورینگ دو نواره T با زبان $L \subseteq \Sigma^*$ داده شده است. آنگاه

- 1) می‌توان ماشین تورینگ T' را در زمان متناهی ساخت که برای هر ورودی که T پاسخ yes بدهد T' پاسخ no بدهد.
 2) می‌توان ماشین تورینگ T' با زبان L^c (متمم L) را در زمان متناهی ساخت.
 3) ماشین تورینگ T' با زبان L^c همواره وجود دارد ولی توصیف آن همواره محاسبه‌پذیر نیست.
 4) می‌توان ماشین تورینگ غیرقطعی T' با زبان L^c را در زمان متناهی ساخت.

23- ماشین تورینگ مطابق شکل زیر با ورودی $\{w = x0y \mid x = 1^*, y = 1^*\}$ مفروض است، کدام تابع توسط آن حساب می‌شود؟

(مهندسی کامپیوتر - 92)



$$f(x, y) = x + 1 + (y \bmod 2) \quad (1)$$

$$f(x, y) = x + (y \bmod 2) \quad (2)$$

$$f(x, y) = (x + y + 1) \bmod 2 \quad (3)$$

$$f(x, y) = (x + y) \bmod 2 \quad (4)$$

24- کدام یک از کارهای زیر به صورت الگوریتمیک (توسط ماشین تورینگ) امکان‌پذیر نیست؟

(علوم کامپیوتر - 92)

(1) بدست آوردن یک DFA معادل یک NFA داده شده.

(2) بدست آوردن یک DPDA معادل یک PDA داده شده.

(3) بدست آوردن یک PDA معادل یک DPDA داده شده.

(4) بدست آوردن یک TM (ماشین تورینگ) معادل یک DPDA داده شده.

25- در مورد زبان $L = \{0^n 1^n : n \geq 0, n \notin \{1391, 2012\}\}$ کدام گزینه صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 92)

(1) هر ماشین تورینگ باینری استاندارد پذیرنده L برای هر ورودی حداقل 1391 مرحله (clock) طی می‌کند.

(2) L یک زبان منظم است.

(3) L یک زبان مستقل از متن نیست.

(4) L یک زبان مستقل از متن است.

26- کدام گزاره نادرست است؟

(علوم کامپیوتر - 92)

(1) اجتماع دو زبان r.e. (بازگشتی شمارش‌پذیر) یک زبان r.e. است.

(2) اگر L زبان r.e. باشد آن‌گاه L^* نیز یک زبان r.e. است.

(3) اگر L یک زبان r.e. باشد، آن‌گاه متمم L نیز یک زبان r.e. است.

(4) اشتراک دو زبان r.e. یک زبان r.e. است.

27- اگر $\text{Time}(T, w)$ زمان اجرای ماشین تورینگ T بر روی ورودی w باشد، آن‌گاه: (علوم کامپیوتر - 92)

(1) برای هر ماشین غیرقطعی T داریم $\forall w \in L(T) \text{ Time}(T, w) \geq |w|$

(2) برای هر ماشین T داریم $\forall w \in \Sigma^* \text{ Time}(T, w) \geq |w|$

(3) تابع $\text{Time}(T, w)$ برای ماشین ثابت T می‌تواند کران‌دار نباشد.

(4) اگر T_1 غیرقطعی (nondeterministic) و T_2 قطعی (deterministic) و $L(T_1) = L(T_2)$ ، آنگاه $\forall w \in \Sigma^* \text{ Time}(T_2, w) \geq \text{Time}(T_1, w)$

28- هر عدد گویای مثبت را با رشته‌ای از الفبای $\{0, 1, \#\}$ نمایش می‌دهیم، به طوری رشته

$(x_i, y_j \in \{0, 1\}) x_k x_{k-1} \dots x_1 x_0 \# y_1 y_2 \dots y_m$ نمایش عدد گویای $\sum_{i=1}^k x_i \times 2^i + \sum_{j=1}^m y_j \times 2^{-j}$ است. نمایش مجموعه اعداد

گویای بازه $[\sqrt{2}, \sqrt{7}]$ یک زبان..... (علوم کامپیوتر - 92)

(1) بازگشتی شمارش‌پذیر نیست.

(2) بازگشتی شمارش‌پذیر است ولی وابسته به متن نیست.

(3) بازگشتی (recursive) نیست ولی بازگشتی شمارش‌پذیر است.

(4) وابسته به متن است.

29- کدام گزینه نادرست است؟

(علوم کامپیوتر - 91)

(1) اگر T یک ماشین تورینگ یک نواره قطعی با k حالت و حروف الفبای نوار $\{0, 1, \Delta\}$ باشد و برای هر ورودی w حافظه مصرفی برابر $|w| + \log |w|$ باشد، آن‌گاه اگر برای ورودی x ماشین $k^{2(|x| + \log |x|)}$ گام بدون توقف طی کند، مسیر محاسبه x لزوماً نامتناهی خواهد بود.

(2) زبان هر گرامر دلخواه داده شده بازگشتی شمارش‌پذیر (r.e.) است.

(3) مقدار حافظه مصرفی در هر اتوماتون غیرقطعی (NFA) لزوماً کمتر از یک تابع خطی از طول ورودی است.

(4) برای هر ماشین تورینگ غیرقطعی T ، ماشین تورینگ قطعی T' وجود دارد به طوری که $L(T') = (L(T))^c$.

30- برای زبان داده شده $A \subseteq \Sigma^*$ زبان $L = \{x \in \Sigma^* : xx \in A\}$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟ (علوم کامپیوتر - 91)

(1) اگر A منظم باشد آن‌گاه L منظم است.

(2) اگر L منظم باشد آن‌گاه A منظم است.

(3) اگر L منظم باشد آن‌گاه A مستقل از متن است.

(4) اگر A مستقل از متن باشد آن‌گاه لزوماً L بازگشتی شمارش‌پذیر نیست.

(علوم کامپیوتر - 91)

31- کدام گزینه درست است؟

(1) برای هر ماشین تورینگ غیرقطعی (nondeterministic) ورودی w وجود دارد که حداقل یکی از مسیرهای محاسبه آن یک مسیر محاسبه نامتناهی (loop) است.

(2) برای هر ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) و برای هر عدد طبیعی n ، ورودی W_n وجود دارد که در محاسبه آن از خانه n م حافظه پشته استفاده می‌شود.

(3) در هر ماشین تورینگ غیرقطعی، حتماً انتقال‌هایی در قانون کار ماشین وجود دارد که در آن‌ها هیچ اطلاعاتی از نوار حافظه تغییر نمی‌کند.

(4) برای هر ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) یک ماشین پشته‌ای قطعی معادل وجود دارد که برای هیچ یک از ورودی‌ها در مسیر محاسبه نامتناهی (loop) قرار نمی‌گیرد.

32- برای $\alpha, \beta \in \{0,1\}^*$ فرض کنید $\alpha = a_1a_2\dots a_k$ و $\beta = b_1b_2\dots b_k$ بطوری که:

$$\forall i (a_i = \lambda \Rightarrow \forall j \geq i \quad a_j = \lambda)$$

$$\forall i (b_i = \lambda \Rightarrow \forall j \geq i \quad b_j = \lambda)$$

تعریف می‌کنیم: $\alpha \nabla \beta = a_1b_1a_2b_2\dots a_kb_k$ و اگر A و B دو زبان در $\{0,1\}^*$ باشند $A \nabla B = \{\alpha \nabla \beta : \alpha \in A, \beta \in B\}$. کدام گزینه صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 90)

- (1) اگر A و B منظم باشند آنگاه $A \nabla B$ منظم است.
- (2) اگر A منظم باشد و B مستقل از متن آنگاه $A \nabla B$ منظم است.
- (3) $A \nabla B$ را می‌توان با استفاده از عملگرهای $*$ و اجتماع $\cup$ و الحاق از A و B بدست آورد.
- (4) اگر B منظم باشد و A بازگشتی شمارش‌پذیر (r.e.) آنگاه $A \nabla B$ منظم است.

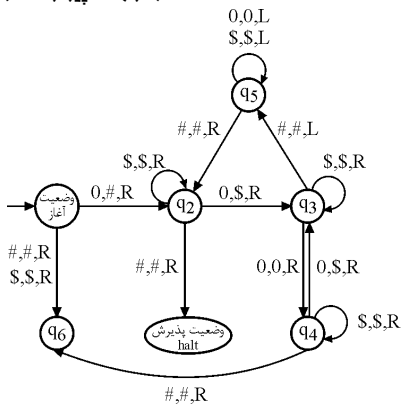
33- یک ماشین تورینگ غیرقطعی که در واحد کنترل آن انتقال‌های مستقل از محتوی نوار (λ - Transition) هم وجود دارد، داده شده است. کدام گزینه صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 90)

- (1) درخت محاسبه چنین ماشینی برای هر ورودی لزوماً یک مسیر نیست.
- (2) درخت محاسبه چنین ماشینی لزوماً یک شاخه محاسبه نامتناهی (loop) دارد.
- (3) امکان حذف λ - انتقال‌ها در چنین ماشین تورینگ یک مسئله تصمیم‌پذیر است.
- (4) درخت محاسبه چنین ماشینی لزوماً برای هر ورودی، نامتناهی شاخه محاسبه دارد.

34- در ماشین تورینگ زیر نماد # نشان دهنده خانه خالی، و نماد \$ یکی از حروف نوار ماشین است. منظور از انتقال به شکل x, y, R این است که حرف y به جای x جایگزین شده و هد به سمت راست حرکت می‌کند. در انتقال به شکل x, y, L نیز حرف y به جای x جایگزین شده و هد به سمت چپ حرکت می‌کند. زبان ماشین تورینگ زیر عبارت است از:

(علوم کامپیوتر - 89)



$$\{0^{2n} \mid n \geq 0\} \quad (1)$$

$$\{0^{2^n} \mid n \geq 0\} \quad (2)$$

$$\{0^{n^2} \mid n \geq 0\} \quad (3)$$

$$\{0^{n^n} \mid n \geq 0\} \quad (4)$$

35- کدام گزینه نادرست است؟

(علوم کامپیوتر - 89)

- (1) تمام ماشین‌های تورینگ را که در زمان حداکثر چند جمله‌ای نسبت به طول ورودی کار می‌کنند را می‌توان به صورت مؤثری شماره‌گذاری کرد.
- (2) مجموعه کلیه ماشین‌های تورینگ که قطعی باشند و برای هر ورودی در زمان متناهی متوقف می‌شوند یک مجموعه شمارا است.
- (3) می‌توان کدینگی از ماشین‌های تورینگ ارائه داد که بتوان کودینگ کلیه ماشین‌های تورینگ موجود را توسط یک ماشین تورینگ خاص E به ترتیب تولید کرد.
- (4) اگر $\{T_1, T_2, \dots\}$ یک شماره‌گذاری از ماشین‌های تورینگ قطعی باشند که برای هر ورودی در زمان متناهی متوقف می‌شوند آنگاه ماشین تورینگ E وجود دارد که کودینگ ماشین‌های T_i را به ترتیب روی نوار خود تولید کند.

36- اگر ماشین تورینگ قطعی داده شده T برای هر ورودی w با طول n فقط از n^{15} خانه از نوار حافظه استفاده نماید آن‌گاه:

(علوه کامپیوتر - 89)

- 1) ماشین T حتماً پس از یک تعداد متناهی مرحله (ثابت) برای هر ورودی داده شده متوقف می‌شود.
- 2) ماشین T حتماً در زمان متناهی (وابسته به طول ورودی) برای هر ورودی متوقف می‌شود.
- 3) تابع $f(x)$ وجود دارد که اگر T برای یک ورودی به طول n بیش از $f(x)$ مرحله کار کند آن‌گاه حتماً متوقف نمی‌شود.
- 4) ماشین T برای هر ورودی تعداد ثابتی پیکربندی (مستقل از طول ورودی) است.

پاسخ‌ها

فصل 9: ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها

تست 19 تا 36

19- گزینه (3) صحیح است.

می‌خواهیم x تقسیم بر 2 شود سپس یک واحد به آن اضافه شود. در مبنای 2، برای تقسیم عدد صحیح بر 2 کافی است به رقم یکان برسیم و آن را حذف کنیم یعنی با B جایگزین کنیم. پس باید از روی همه ارقام صفر و یک عبور کنیم و به سمت راست برویم تا به B برسیم. سپس به سمت چپ برویم. حالا هد روی رقم یکان است و آن را (هرچه که باشد) با علامت B جایگزین می‌کنیم یعنی در کادر 2 باید $-B/L$ داشته باشیم. حالا باید یک واحد به جواب اضافه کنیم. برای این منظور تا رسیدن به اولین رقم صفر، به سمت چپ حرکت کرده و هر تعداد یک متوالی را به صفر تبدیل می‌کنیم با رسیدن به اولین صفر، آن را با یک جایگزین می‌کنیم. ممکن هم هست تا انتها هیچ صفری نداشته باشیم در این صورت به تبدیل یک‌ها به صفر ادامه می‌دهیم تا به خانه B برسیم و آن را با یک جایگزین کنیم.

20- گزینه (4) صحیح است.

زبان $L = \{ww : w \in \Sigma^*\}$ برای الفباهای 2 عضوی یا بیشتر، منظم و مستقل از متن نیست (حساس به متن است) اما برای مجموعه الفبای تک عضوی، منظم است.

$$\Sigma = \{a\} \Rightarrow L = \{ww : w \in \Sigma^*\} = \{a^{2n} : n \geq 0\}$$

مجموعه تمامی زبان‌های دارای گرامر، یعنی رده ℓ_0 یک مجموعه شماراست، مجموعه زبان‌های منظم، زیرمجموعه آن است پس شماراست. اگر از یک زبان منظم یک مجموعه متناهی را برداریم زبان حاصل منظم است. فرض کنیم $L = \{w_1, w_2, w_3, \dots\}$ منظم باشد. با حذف هر رشته از آن یک زبان منظم به دست می‌آید یعنی هر مجموعه منظم نامتناهی بی‌شمار زیرمجموعه منظم نامتناهی دارد. اما گزینه ۴ صحیح است:

فرض کنیم یک DFA با n حالت تمامی رشته‌های Σ^* با طول کوچک‌تر از n را بپذیرد. رشته‌های به طول $n-1$ باید پذیرفته شوند پس یک مسیر به طول $n-1$ از حالت q_0 تا حالت پذیرش q_{n-1} داریم. طبق فرض رشته‌تهی، رشته‌های به طول یک، به طول 2، ... به طول $n-1$ همه باید پذیرفته شوند پس تمام حالات $q_0, q_1, \dots, q_{n-1}$ باید حالت پذیرش باشند. حالا به انتقال‌های خروجی از q_{n-1} توجه کنید. این انتقال‌ها به هر حالتی بروند یک دور ایجاد می‌کنند و باعث می‌شوند تمام رشته‌های Σ^* توسط این ماشین پذیرفته شوند.

21- گزینه (2) صحیح است.

توان محاسباتی ماشین تورینگ قطعی بیشتر از ماشین پشته‌ای است پس هر ماشین پشته‌ای یک ماشین تورینگ قطعی معادل دارد. هر ماشین تورینگ قابل تبدیل به تورینگ معادل با 3 حالت است. تعداد حالات ماشین پشته‌ای حداقل یک است ($1 \leq q$) پس $3 \leq 4q$ لذا گزینه ۱ درست است. ۱

گر هد فقط به راست حرکت کند توان محاسباتی تورینگ مانند ماشین متناهی است و زبان آن منظم است. اما زبان ماشین پشته‌ای لزوماً منظم نیست؛ پس گزینه ۲ نادرست است.

با کاهش یا افزایش تعداد حالات ماشین تورینگ و طراحی مجدد آن، می‌توان تعداد سمبل‌های مورد استفاده را افزایش یا کاهش داد. پس گزینه ۳ درست است.

توان ماشین تورینگ با نوار نیمه متناهی برابر با تورینگ استاندارد است؛ پس گزینه ۴ درست است.

22- گزینه (1) صحیح است.

در حالت کلی وقتی زبان L دارای ماشین تورینگ T است، ممکن است مکمل آن دارای ماشین تورینگ نباشد (تشخیص پذیرها تحت مکمل بسته نیستند) پس گزینه های 2 و 3 و 4 نادرستند.

اما اگر در این ماشین حالات غیرنهایی را به نهایی و حالات نهایی را به غیرنهایی تبدیل کنیم، ماشین تورینگ T' در زمان متناهی به دست می‌آید... هر ورودی که T به آن پاسخ yes می‌داد یعنی در حالت نهایی متوقف می‌شد، حالا همان حالت، حالت غیرنهایی است پس T' پاسخ no می‌دهد. در واقع: $L(T') \subseteq \overline{L(T)}$.

23- گزینه (1) صحیح است.

یک زوج عدد طبیعی (x, y) را به صورت $1^x 0 1^y$ روی نوار ورودی درج می‌کنیم. این ماشین از روی همه ارقام 1 مربوط به رشته x می‌گذرد، بیت صفر جدا کننده را به 1 تبدیل می‌کند پس تا اینجا عدد $x+1$ را روی نوار می‌سازد ادامه کار بستگی به زوج یا فرد بودن تعداد 1های رشته y دارد. اگر y زوج باشد، هیچ رقم یکی به رشته اضافه نمی‌شود اگر y فرد باشد یک رقم 1 به انتهای رشته اضافه می‌شود. پس تابع $f(x, y) = x + 1 + (y \bmod 2)$ را محاسبه می‌کند.

24- گزینه (2) صحیح است.

زبان مورد پذیرش PDA ممکن است غیرقطعی باشد؛ در این صورت برای آن DPDA وجود ندارد. سایر گزینه‌ها دارای الگوریتم‌های شناخته شده هستند.

25- گزینه (4) صحیح است.

$L_1 = \{0^n 1^n : n \geq 0\}$ مستقل از متن است. $L_2 = \{0^{1391} 1^{1391}, 0^{2012} 1^{2012}\}$ متناهی پس منظم است و مکمل آن هم منظم است.

زبان L برابر است با $L = L_1 - L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$ که اشتراک یک زبان مستقل از متن و یک زبان منظم است. در نتیجه مستقل از متن است.

26- گزینه (3) صحیح است.

مجموعه زبان‌های Γ تحت عمل متمم بسته نیست.

27- گزینه (3) صحیح است.

در حالت کلی ماشین تورینگ T ممکن است برای رشته ورودی w که $w \notin L(T)$ متوقف نشود و در حلقه بی‌نهایت قرار گیرد. پس تابع $f(w) = \text{Time}(T, w)$ می‌تواند کران دار نباشد.

28- گزینه (4) صحیح است.

با توجه به تعریفی که در این مساله از اعداد گویای مثبت داریم، مجموعه همه اعداد گویای مثبت معادل با زبان $(0+1)^+ \# (0+1)^+$ است که یک زبان منظم است. اما محدودیت‌های: بزرگتر از $\sqrt{2}$ و کوچکتر از $\sqrt{7}$ بودن، باعث ایجاد زبان حساس به متن می‌شود. زبان‌های حساس به متن، بازگشتی (تصمیم‌پذیر) هستند.

29- گزینه (4) صحیح است.

ماشین تورینگ یک نواره قطعی T با k حالت و A حرف الفبای نوار را در نظر بگیرید. اگر رشته‌ای به طول n و حافظه مصرفی از مرتبه $S(n)$ باشد، تعداد کل پیکربندی‌های ممکن برای ماشین از مرتبه $A^{S(n)}$ است که کران بالایی برای زمان اجرا و تعداد گام‌ها برای رشته‌های توقف‌پذیر محسوب می‌شود. پس اگر تعداد گام‌ها از $A^{S(n)}$ بیشتر شود و توقف رخ ندهد، دیگر توقفی نخواهیم داشت و مسیر محاسبه نامتناهی می‌شود.

درگزینه یک، داریم $A=3$ و $S(n)=n+\log n$ باشد، پس اگر برای ورودی x ماشین $3^{(n+\log n)}$ گام بدون توقف طی کند، مسیر محاسبه x لزوماً نامتناهی خواهد بود. در گزینه یک به جای $3^{(n+\log n)}$ از $k \cdot 3^{2(n+\log n)}$ استفاده شده است. از آنجا که $k \cdot 3^{2(n+\log n)}$ از $3^{(n+\log n)}$ بزرگتر است، پس گزینه یک درست است.

هر زبان دارای گرامر در رده بازگشتی شمارش‌پذیر قرار دارد. گزینه سه نیز درست است. اما گزینه چهار برای تمام ماشین‌های تورینگ درست نیست. بلکه برای ماشین‌های تورینگ تصمیم‌پذیر درست است.

30- گزینه (1) صحیح است.

فرض کنید $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ یک DFA پذیرنده A باشد. یک NFA پذیرنده برای زبان $L = \{x \in \Sigma^* : xx \in A\}$ به این صورت می‌سازیم:

$$\begin{aligned} M' &= (Q', \Sigma, \delta', q_0', F') \\ Q' &= (Q \times Q \times Q) \cup \{q_0\}, \quad F' = \{(q_i, q_i, q_f) \mid q_f \in F\} \\ \delta'((q_i, q_j, q_k), a) &= (\delta(q_i, a), q_j, \delta(q_k, a)) \\ \delta'(q_0, a) &= \{q_0\} \times Q \times Q \end{aligned}$$

در اینصورت M' پذیرنده زبان L است. پس L منظم است. گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست هستند. فرض کنیم $\Sigma = \{a, b, c\}$ و $A = \{a^n b^n c^n : n \geq 1\} \cup \{aa\}$. فقط برای رشته $x = a$ داریم $xx \in A$ پس: $L = \{a\}$. زبان L منظم است در حالیکه A نه منظم است نه مستقل از متن است، البته A حساس به متن است. یک نمونه دیگر برای رد گزینه‌های ۲ و ۳ زبان $A = \{ww : w \in \{a, b\}^*\}$ است. A نه منظم است نه مستقل از متن است اما $L = \{a, b\}^*$ منظم است. در مورد گزینه 4 به این مطلب توجه کنید که: $x \in L \Leftrightarrow xx \in A$. حالا اگر A مستقل از متن باشد، الگوریتمی وجود دارد که برای هر $x \in \Sigma^*$ در زمان متناهی عضویت یا عدم عضویت xx در A را تشخیص می‌دهد. پس همین الگوریتم عضویت یا عدم عضویت x در L را در زمان متناهی تشخیص می‌دهد. پس گزینه 4 نادرست است.

31- گزینه (4) صحیح است.

برخی ماشین‌های تورینگ برای هر رشته ورودی، متوقف می‌شوند.

اگر L زبانی منظم باشد ماشین پشته‌ای قطعی دارد که بدون استفاده از تمام ظرفیت پشته L را می‌پذیرد.

ممکن است در تمام انتقال‌ها محتوای نوار تغییر کند.

زبان مورد پذیرش هر DPDA یک زبان تصمیم‌پذیر است پس پذیرنده‌ای دارد که برای هر رشته ورودی، حتماً متوقف شود.

32- گزینه (1) صحیح است.

$A \vee B$ همان زبان حاصل از برزدن کامل زبان‌های A و B است. اگر A و B منظم باشند؛ $A \vee B$ منظم است. برای رد کردن سایر گزینه‌ها

به زبان‌های $A = \{a^m : m \geq 0\}$ و $B = \{a^n b^n : n \geq 0\}$ توجه کنیم. A منظم است و B مستقل از متن است در نتیجه هر دوی آنها بازگشتی و

همچنین بازگشتی شمارش‌پذیرند اما $A \vee B = \{a^{2n} b^n : n \geq 0\}$ و در نتیجه منظم نیست. در ضمن $A \vee B$ را نمی‌توان با اجتماع، الحاق، و

بستار به وجود آورد.

33- گزینه (3) صحیح است.

ممکن است درخت محاسبه برای یک ورودی فقط از یک مسیر ساده تشکیل شود؛ پس گزینه ۱ صحیح نیست. همچنین ممکن است

درخت محاسبه برای یک ورودی، شامل loop نباشد و همه شاخه‌های محاسبه متناهی باشند؛ پس گزینه ۲ صحیح نیست. در درخت

محاسبه مربوط به هر ورودی، تعداد مسیرها متناهی است؛ پس گزینه ۴ نیز نادرست است. اما گزینه ۳ درست است.

34- گزینه (2) صحیح است.

بررسی رفتار ماشین نشان می‌دهد که این ماشین تورینگ دقیقاً رشته‌هایی از الفبای صفر که تعداد صفرها توانی از 2 باشد را می‌پذیرد.

می‌توانیم با رد گزینه‌های نادرست نیز به جواب برسیم. برای مثال گزینه‌های یک و سه به ازای $n=0$ شامل رشته تهی هستند اما این

ماشین برای رشته تهی در حالت غیرنهایی q_6 متوقف می‌شود. پس گزینه‌های یک و سه نادرستند. رشته‌های 0 و 00 توسط ماشین

پذیرفته می‌شوند اما گزینه چهار، شامل 00 نیست پس نادرست است.

35- گزینه (4) صحیح است.

مجموعه تمام ماشین‌های تورینگ شمارا است و هر زیرمجموعه از آن هم شمارا خواهد بود. پس گزینه‌های یک و دو درستند. گزینه 3

هم به دلیل شمارا بودن مجموعه کدینگ‌های ماشین‌های تورینگ درست است. اما در گزینه ۴، اگر ماشین تورینگی وجود داشته باشد که

همه کدینگ‌های ماشین‌های تورینگ قطعی و توقف پذیر برای هر رشته w را به ترتیب تولید کند، در واقع برای مساله halt یک الگوریتم

یافته‌ایم که این تناقض است زیرا این مساله تصمیم‌ناپذیر است. پس این گزینه نادرست است.

36- گزینه (3) صحیح است.

ماشین تورینگ داده شده ممکن است برای برخی یا همه رشته‌های ورودی در حلقه بی‌نهایت بیافتد و متوقف نشود؛ پس گزینه‌های ۱ و ۲ نادرستند. اگر تعداد نمادهای ماشین m باشد و $|w|=n$ و ماشین تورینگ برای هر رشته فقط از $S(n)=n^{15}$ خانه حافظه استفاده کند آنگاه تعداد کل پیکربندی‌ها حداکثر از مرتبه $O(nS(n)m^{S(n)})$ است. اگر ماشین تورینگ برای رشته w متوقف شود، تعداد گام‌هایش حداکثر از این مرتبه است. پس اگر برای یک رشته ورودی، تعداد پیکربندی‌هایی که ماشین وارد آن‌ها شده از آن کران بالا بیشتر شود حتماً ماشین وارد یک پیکربندی تکراری شده است؛ یعنی در حلقه بی‌نهایت افتاده و دیگر متوقف نمی‌شود؛ پس گزینه ۳ صحیح است. همانطور که گفتیم کران بالای تعداد پیکربندی‌ها ثابت نیست و وابسته به طول رشته w است پس گزینه ۴ نادرست است.

پروز و سربلند باشید.

پایان جلسه بیستم نکته و تست